

Università di Pisa

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in Fisica

Elaborato Finale

Applicazioni della teoria della catastrofi alle lenti gravitazionali

Riassunto

Introduzione: la radiazione elettromagnetica, di cui la luce visibile costituisce parte dello spettro, nel giungere fino a noi può subire deviazioni e distorsioni, dovute anche alla presenza di masse che, secondo la relatività generale, curvano lo spazio rendendo quindi non rettilinee le traiettorie dei raggi luminosi. Importante per lo studio di questi effetti è la teoria delle catastrofi.

1.1 La focalizzazione della luce: generalità e stabilità delle caustiche: le caustiche sono effetti ottici molto comuni in natura, ciò è dovuto anche al fatto che non è necessaria una specifica forma del fronte d'onda perché compaiano, per cui spesso anche deformazioni casuali, come quelle generate dalla rifrazione della luce nell'acqua di una piscina, le generano in abbondanza.

1.2 Propagazione della luce: fronte d'onda, potenziale ottico, raggi e caustiche: se definiamo un potenziale ottico dato dalla distanza di un punto sorgente sul fronte d'onda $(x,y,f(x))$ e un punto di osservazione (X,Y,Z) , le caustiche sono le singolarità della mappa del gradiente del potenziale, quindi i punti in cui si annulla il determinante dell'Hessiano del potenziale.

1.3 Forme dei fronti d'onda e del potenziale, teorema di Thom: Il teorema di Thom classifica le caustiche generiche (senza supersimmetrie, come è invece il fuoco ottico) in base alla forma del fronte d'onda, a meno di trasformazioni "smooth" dello stesso, ed elenca le prime 7 catastrofi di co-dimensione minore o uguale a 4.

1.4 La Piegia: la piega è la catastrofe più semplice, di co-dimensione 1. Lo spazio si divide in 2 zone: una con due immagini della sorgente ed uno con nessuna immagine della sorgente.

1.5 La Cuspide: la cuspide è la seconda caustica più semplice, di co-dimensione 2. Lo spazio si divide in 2 zone: una con 3 immagini ed una con una sola immagine della sorgente.

1.6 Coda di Rondine: è una delle 3 caustiche di co-dimensione 3. È più complessa da studiare delle precedenti perché non esiste un fronte d'onda generico per questa caustica. Può generare zone di spazio con 4 immagini, 2 immagini o nessuna immagine.

1.7 Alcune catastrofi generate dal vivo: è possibile generare delle caustiche utilizzando semplicemente una gocciolina d'acqua come lente con indice di rifrazione e curvatura non costante. Essa genera delle distorsioni nel fronte d'onda che possono trasformare un fronte d'onda piano in uno sufficientemente distorto da andare a creare una caustica.

2.1 Lenti Gravitazionali: lo studio e l'osservazione delle lenti gravitazionali ha numerose applicazioni pratiche: può permettere infatti l'individuazione di materia oscura, la stima della costante di Hubble, o semplicemente di usare gli effetti di ingrandimento dovuti alla lente per osservare meglio zone di universo altrimenti troppo distanti, o ancora di osservare corpi che normalmente non vedremmo perché oscurati da altri corpi celesti frapposti. Lo studio delle lenti gravitazionali pone però alla matematica numerosi nuovi problemi da affrontare.

2.2 Calcolo della deflessione in Relatività Generale: si calcola la deflessione usando dei risultati noti di relatività generale, come il fatto che allo spazio curvo può essere associato un certo indice di rifrazione.

2.3 Massa puntiforme: calcolo della deflessione e degli effetti della lente: si calcola la deflessione e gli effetti della lente: nel caso di massa puntiforme la lente non genera una vera caustica, il fronte d'onda presenta teoricamente una singolarità e quindi non si applica il teorema di Thom: vengono a formarsi generalmente due immagini a meno che non siamo in un caso di simmetria cilindrica (allineamento sorgente-lente-osservatore), nel qual caso si osserva un "Anello di Einstein".

2.4 Massa non puntiforme: effetti dovuti a distribuzioni di massa non uniformi: se invece di una massa puntiforme si ha che la massa deflettente consiste in una distribuzione estesa non omogenea, cambia il modo con cui varia la deflessione di un raggio luminoso al variare del parametro di impatto, e a seconda della distribuzione si può avere la formazione di più di due immagini: vengono a formarsi cioè delle caustiche.

Candidato
Giorgio Busoni

Relatore
Chiarissimo Prof. S.N. Shore